అంకెలు

ఎలా తెలుసుకున్నాం

ఐజాక్ అసిమోవ్

అనువాదం : డా॥ వి. శ్రీనివాస చక్రవర్తి

మంచి పుస్తకం

జన విజ్ఞాన వేదిక

అంకెలు

ఎలా తెలుసుకున్నాం

ఐజాక్ అసిమోవ్

అనువాదం : డా॥ వి. శ్రీనివాస చక్రవర్తి

జన విజ్ఞాన వేదిక

మంచి పుస్తకం

How we found about **NUMBERS** by **Isaac Asimov**

అంకెలు ఎలా తెలుసుకున్నాం

రచయిత : ఐజాక్ అసిమోవ్

అనువాదం : డా॥ వి. శ్రీనివాస చక్రవర్తి

మొదటి ముద్రణ : మార్చి, 2015

ప్రతుల సంఖ్య : 2000

వెల : రూ. 18/-

ISBN No. 978-93-83936-19-9

ప్రచురణ, ప్రతులకు :

జన విజ్ఞాన వేదిక

జి. మాల్యాద్రి, ప్రచురణల విభాగం

162, విజయలక్ష్మీనగర్, నెల్లూరు – 524 004,

ఫోన్: 94405 03061

మంచి పుస్తకం

12–13–439, వీధి నెం. 1,

తార్నాక, సికింద్రాబాద్ – 500 017.

ఫోను: 94907 46614

email: info@manchipustakam.in

website: www.manchipustakam.in

ముద్రణ :

చరిత ఇంప్రెషన్స్,

అజామాబాద్, హైదరాబాద్–20.

ఫోన్: 040–2767 8411

విషయసూచిక

1. అంకెలు – వేళ్లు	3
2. అంకెలు – చేతిరాత	8
3. అంకెలు – రోమన్లు	14
4. అంకెలు – అక్షరాలు	19
5. అంకెలు – శూన్యం	24
6. అంకెలు – ప్రపంచం	28

1. అంకెలు - వేళ్లు

ఎన్నో వేల ఏళ్ల క్రితమే మనిషికి "ఎన్ని?" అన్న ప్రశ్నకి సమాధానం చెప్పుకోవలసిన అవసరం ఏర్పడింది. ఆ ప్రశ్నకి సమాధానం చెప్పాలంటే అంకెలు తెలియాలి. మందలో ఎన్ని గొర్రెలు ఉన్నాయో, అన్ని గొర్రెలూ తిరిగి వచ్చాయో, లేదో సరిచూసుకోవాల్సి రావచ్చు. ఫలానా సంఘటన జరిగి ఎన్ని రోజులు అయ్యిందో చెప్పాల్సి రావచ్చు. ఒక ఊరిని ఎంత మంది శత్రువులు అటకాయిస్తున్నారో తెలుసుకోవాల్సి రావచ్చు.

మన వద్ద ఒక రాశి వున్నప్పుడు, అది ఎంతో వ్యక్తపరచలేకపోతే ఆ రాశిలోని వస్తువులని ఒక్కొటొక్కటిగా పేర్కొనవలసి ఉంటుంది. ఉదాహరణకి "మీ గూడెం వాళ్లు ఒక ఎలుగుబంటిని చంపి ఎన్ని రోజులు అయ్యింది?" అని ఎవరైనా అడిగారు అనుకోండి. అందుకు సమాధానంగా "ఒక రోజు, ఆ తర్వాత మరో రోజు, ఆ తర్వాత ఇంకో రోజు, ..." ఇలా చెబితే ఇబ్బందికరంగా, ఎబ్బెట్టుగా ఉంటుంది. విన్నవాడు తేలికగా లెక్క తప్పే అవకాశం వుంది.

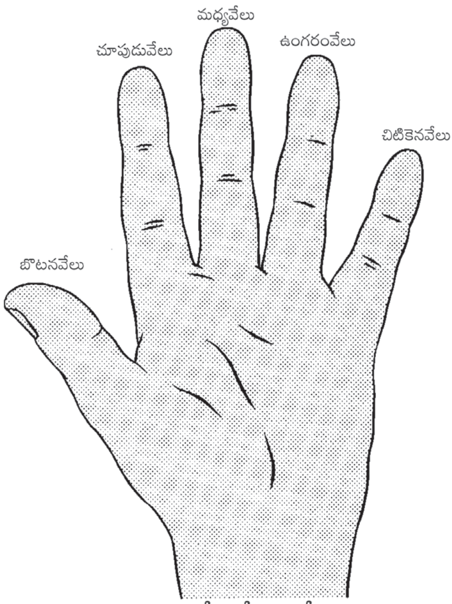
లేదా ఆ రాశిని మరో రాశితో పోల్చి చెప్పొచ్చు. ఉదాహరణకి అల్లంత దూరంలో చెరువు గట్టున కొన్ని చెట్ల గుబుళ్లు కనిపిస్తున్నాయి అనుకోండి. "మేం ఎలుగుబంటుని చంపిన తరువాత గడచిన రోజుల సంఖ్య, చెరువు గట్టున ఆ మూల కనిపిస్తున్న చెట్ల సంఖ్యతో సమానం," అని చెప్పొచ్చు.

ఈ సమాధానం మరింత సమంజసంగా ఉంటుంది. ఎందుకంటే ఆ చెట్ల సమూహాన్ని చూడగానే అవతలి వాడికి ఎన్ని రోజులో అర్థం అవుతుంది.

కాని ఇక్కడ చిక్కేమిటంటే మనం ఒక రాశిని వ్యక్తం చెయ్యాలి అనుకున్నప్పుడు సరిగ్గా ఆ రాశిలో ఉన్నన్ని అంశాలే వున్న చెట్ల సమూహమో, పూల గుచ్ఛమో, తారా సందోహమో ఎక్కడని సంపాదిస్తాం? అలాంటి సమూహాలు అందుబాటులో

లేకపోవచ్చు. కాబట్టి వివిధ పరిమాణాలు గల సమూహాలు ఎప్పుడూ అందుబాటులో ఉంటే ఎంతో సౌకర్యంగా ఉంటుంది.

అప్పుడు ఎవరైనా మనని "ఎన్ని?" అని అడిగినప్పుడు ఆ సమూహాలలో సరైన దాన్ని తీసి "ఇన్ని!" అని ఠక్కున సమాధానం చెప్పొచ్చు.



చేతి వేళ్ళకు పేర్లు

అలాంటి సమూహాలుగా వాడుకోడానికి సరైన వస్తువులు ఏవి అని ఆలోచించినప్పుడు మనకు మొట్టమొదట స్ఫురించేవి చేతివేళ్లు. వస్తువులని లెక్కించడానికి చేతి వేళ్ల కన్నా అనువైనవి మరేవీ ఉండవేమో.

ఒకసారి మీ చేతి వేళ్లకేసి చూసుకోండి. ప్రతీ చేతి మీద "ఒక వేలు, దాని పక్కన మరో వేలు, ఇంకా దాని పక్కన మరో వేలు..." ఇలా వరసగా కొన్ని వేళ్లు ఉంటాయి. "ఎలుగుని చంపి ఎన్నాళ్లయ్యింది అన్న ప్రశ్నకి చేతి వేళ్లు చూపించి "ఇన్ని!" అనడానికి వీలుగా ఉంటాయి.

మన వేళ్లకి అనువుగా పేర్లు పెట్టుకోవచ్చు. తక్కిన వేళ్ల కన్నా కాస్త ప్రత్యేకంగా ఒక పక్కకి పొడుచుకొచ్చినట్టు ఉండేదే బొటనవేలు. దాని పక్కనిది చూపుడు వేలు. దాని పక్కన మధ్య వేలు. ఇంకా దాని పక్కన ఉంగరం వేలు. ఇక చివరిగా వచ్చే చిట్టి వేలు చిటికెన వేలు.

వేళ్లతో సంఖ్యని చూపించేటప్పుడు ఎన్ని వేళ్లు కావాలంటే అన్ని వేళ్లు చూపించొచ్చు. చూపుడు వేలు మాత్రమే చూపిస్తూ తక్కిన వేళ్లన్నీ మడిచేయొచ్చు. లేదా చూపుడు వేలు, మధ్య వేలు కలిపి చూపించొచ్చు. లేదా ఒక చేతిలో వేళ్లన్నీ చూపిస్తూ, అవి కాకుండా రెండవ చేతిలోని చూపుడు వేలిని కూడా చూపించొచ్చు.

అయితే సంఖ్యని వ్యక్తం చెయ్యడానికి వేళ్లు చూపించే పద్ధతిలో కొన్ని ఇబ్బందులు ఉన్నాయి. ఉదాహరణకి చేతిలో ఏదో వస్తువుని పట్టుకున్నాం. వేళ్లు చూపించాలంటే

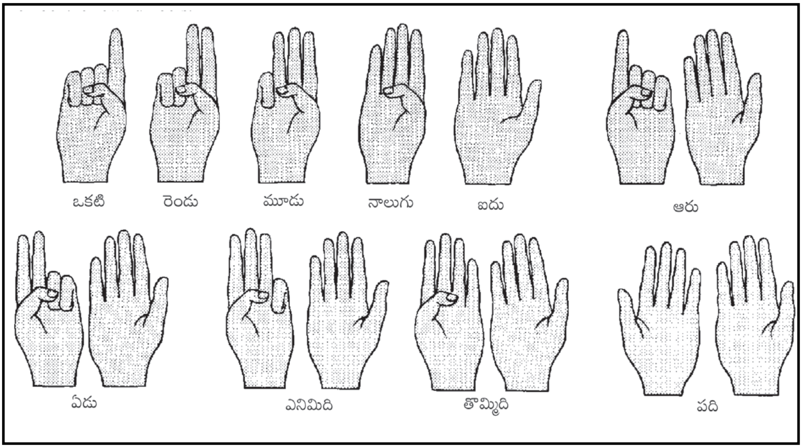
వస్తువుని కింద పెట్టాల్సి రావచ్చు. లేదా బయట బాగా చలిగా ఉండొచ్చు. వేళ్లు పైకి తీస్తే చేతులు గడ్డకట్టుకుపోయే ప్రమాదం వుంది. లేదా బాగా చీకటిగా ఉండొచ్చు. వేళ్లు చూపించినా కనిపించకపోవచ్చు.

కాబట్టి వివిధ వేళ్ల కూటమికి ఒక పేరు పెట్టుకుంటే అనువుగా ఉంటుంది. చూపుడు వేలు మాత్రమే చూపించినప్పుడు ఆ కూటమికి "ఒకటి" అని పేరు పెట్టుకోవచ్చు. అప్పుడు "నీ వద్ద ఎన్ని కత్తులు ఉన్నాయి?" అని ఎవరైనా అడిగితే "ఇన్ని" అని చూపుడు వేలు చూపించకుండా "ఒకటి" అని నోటితో సమాధానం చెప్పొచ్చు.

అయితే "ఒకటి" అన్న పదమే ఎందుకు వాడాలి? మరేదైనా అనొచ్చుగా? ఈ ప్రశ్నకి కచ్చితమైన సమాధానం లేదు. ఈ పదాలు ఎన్నో వేల ఏళ్ల క్రితం పుట్టాయి. కాబట్టి వాటి పుట్టుపూర్వోత్తరాలు కనిపెట్టడం అంత తేలిక కాదు. ఆధునిక ప్రపంచ భాషలలో "ఒకటి" అన్న అర్థం గల పదాలనే తీసుకుంటే ఒక్కొక్క భాషలో ఒక్కొక్క పదం వున్నా వాటిలో ఎంతో పోలిక కనిపిస్తుంది. సంస్కృతంలో దీన్ని "ఏకం" అంటారు. ఇది తెలుగులోని "ఒక" శబ్దానికి సన్నిహితంగా వుంది. తమిళంలో, మలయాళంలో కూడా దీన్ని "ఒర్రు" అంటారు. కన్నడలో దీన్ని "ఒందు" అంటారు. హిందీలోని "ఏక్" సంస్కృత పదానికి సన్నిహితంగా వుంది. అలాగే పాశ్చాత్య భాషలని తీసుకుంటే ఇంగ్లీష్ లో "వన్" అని, ఫ్రెంచ్ లో "ఉన్" అని, స్పానిష్‌లో "ఉనో" అని, జర్మన్‌లో "ఐన్" అని, లాటిన్‌లో "ఉనస్" అని, గ్రీకు భాషలో "మోనోస్" అని అంటారు. వీటన్నిటిలోని "న్" అన్న శబ్దం సామాన్యాంశంగా కనిపిస్తోంది. ఈ పదాలన్నీ ఏదో మూల పదం నుండి వచ్చి ఉండే ఆవకాశం వుంది. ఆ మూల పదం ఏమిటో మనకి ఇప్పుడు అప్రస్తుతం. అలాగే వివిధ భాషల్లో వివిధ సంఖ్యలని ఏమంటారో కూడా మనకి ఇప్పుడు అనవసరం. ప్రస్తుతానికి మాత్రం మనం తెలుగు పదాలనే వాడదాం.

చూపుడు వేలు, మధ్య వేలు కలిపి చూపించిన విన్యాసానికి "రెండు" అని పేరు పెడదాం. చూపుడు వేలు, మధ్యవేలు, ఉంగరం వేలు కలిపి చూపిస్తే అది "మూడు". అదే విధంగా నాలుగు, ఐదు, ఆరు, ఏడు, ఎనిమిది, తొమ్మిది, పది కూడా చూపించొచ్చు.

పూర్తిగా వేళ్లన్నీ కనిపించేలా రెండు చేతులు విప్పి చూపిస్తే అది "పది" అవుతుంది. మనుషులకి ఈ పదాలు అలవాటు ఐపోయాక ఇక అప్పటినుంచి "ఎన్ని?" అన్న ప్రశ్నకి పై పేర్లతో సమాధానం చెప్పడానికి వీలయ్యింది. "నిన్ను ఆరు దినాల వయసులో



చూశాను సుమా," అనో, లేక "రెండు బాణాలు ఇవ్వరాదూ?" అనో అనడానికి వీలయ్యింది.

ఎవరైనా మీ పాదాల వద్ద ఇన్ని బాణాలు పడేశారని అనుకుందాం. మీరు వాటిని ఒక్కటొక్కటిగా తీసి లెక్కించుకోవచ్చు. ఒకటి పైకి తీసి బిగ్గరగా "ఒకటి" అనొచ్చు. మరొకటి తీసి "రెండు" అనొచ్చు. అలా వరసగా తీస్తూ చివరిది తీస్తున్నప్పుడు "ఏడు" అనొచ్చు. అంటే అక్కడ ఏడు బాణాలు ఉన్నాయన్నమాట.

మీ వద్ద మొత్తం పది వేళ్లు ఉన్నాయి కాబట్టి "ఎన్ని?" అన్న ప్రశ్నకి సమాధానంగా పది ప్రత్యేకమైన పదాలని వాడొచ్చు. ఆ పదాలే అంకెలు.

కాని మరి పది కన్నా ఎక్కువ వస్తువులు గల సముదాయాలు ఎన్నో ఉంటాయి. ఉదాహరణకి ఇందాకటి లాగానే మీరు బాణాలు లెక్కపెడుతున్నప్పుడు పది బాణాలు తీశాక కూడా మరి కొన్ని మిగిలిపోయాయి అనుకుందాం. అప్పుడెలా? ఆ కొత్త అంకెలకి కూడా పేర్లు పెట్టాలి. ఒకటి నుండి పది వరకు అంకెల పేర్లు గుర్తుపెట్టుకోవడమే అంత తేలిక కాదు.

కాని ఉన్న అంకెల సహాయంతో కొత్త అంకెలకి ఏదో విధంగా పేర్లు పెడితే? అప్పుడు కొత్త అంకెల పేర్లు గుర్తుపెట్టుకోవడం తేలిక అవుతుంది.

పదకొండు అనే పదం ఎలా వచ్చిందో చూద్దాం. తెలుగులో "ఒకండు" అంటే "ఒకటి" లేదా "ఒకరు". కాబట్టి పది + ఒకండు = పదొకండు. అలాగే పది + రెండు = పన్నెండు. అలాగే వరసగా, పది + మూడు = పదమూడు, పది + నాలుగు = పద్నాలుగు. అలా వరసగా ముందుకు సాగుతుంటే ఇరవై దగ్గర సమస్య

వస్తుంది. "ఇరవై" అంటే రెండు పదులు. తెలుగులో "ఇరు" శబ్దానికి రెండు అని అర్థం. ఇద్దరిని ఇరువురు అంటాం. రెండు వైపులని ఇరువైపుల అంటాం. కాబట్టి రెండు పదులని "ఇరు + పది = ఇరువది" అంటారు. గ్రాంధిక తెలుగులో ఇరవై ని ఇరువది అంటాం.

తరువాత వరసగా వచ్చే "ఇరవై ఒకటి", "ఇరవై రెండు" మొదలైన పదాల వ్యుత్పత్తిని అర్థం చేసుకోవడం కష్టం కాదు. తరువాత మనకి తారసపడే కొత్త పదం "మూడు పదులు" ని సూచిస్తుంది. "మూడు + పది = ముప్పది." (ఇది ముప్పైకి గ్రాంధిక రూపం. ఉదాహరణకి త్యాగరాజ కృతి "ఎందరో మహానుభావులు..." లో "ముప్పది ముక్కోటి సురాంతరంగముల భావంబుల నెరిగి" అన్న వాక్యంలో ఈ పదం వాడాడు.)

అదే విధంగా "నలువదు" (= నలభై), "ఏబదు" (=యాభై) మొదలైన పదాల రూపాలని అర్థం చేసుకోవచ్చు. అలా ముందుకు పోతుంటే ఎదురయ్యే ఒక కొత్త పదం "వంద" లేక "నూరు." ఇది "పది పదుల" ని సూచిస్తుంది.

తరువాత వచ్చే "నూటొకటి = నూరు + ఒకటి" మొదలైన సంఖ్యాపదాల అర్థాలని ప్రత్యేకించి వివరించనక్కర్లేదు. ఆ తరువాత వచ్చే కొత్త పదం "పది నూర్ల" ని సూచిస్తుంది. అది "వెయ్యి." ప్రాచీన సామాజిక అవసరాల దృష్ట్యా "వెయ్యి" అనేది చాలా పెద్ద సంఖ్యే. కాబట్టి ఇప్పటికి ఇక్కడ ఆగుదాం.

2. అంకెలు - చేతిరాత

అంకెలని ఎప్పుడు కనిపెట్టారో ఎవరికీ తెలియదు గాని చేతిరాత కనిపెట్టడానికి ముందే అంకెలు కనిపెట్టారని నిశ్చయంగా చెప్పొచ్చు. ఒక దశలో చిహ్నాలతో పదాలని వ్యక్తం చెయ్యాల్సిన అవసరం మనుషులకి కనిపించింది. ఐదు వేల ఏళ్ల క్రితం ప్రస్తుతం మన ఇరాక్ అని పిలిచే ప్రాంతంలో ఆ పరిణామం సంభవించింది. ఆ ప్రాంతం గుండా యూఫ్రెటిస్, టిగ్రిస్ అని రెండు నదులు ప్రవహిస్తాయి. అవి సముద్రంలోకి ప్రవహించే ప్రాంతంలో సుమేరియా అని పిలిచే ఒక ప్రాచీన ప్రదేశం వుంది. మనకి తెలిసి ప్రపంచంలో మొట్టమొదట రాత కనిపెట్టిన వారు ఈ సుమేరియన్లే. చీనీయులు, ఈజిప్షియన్లు మొదలైన జాతుల వాళ్లు కూడా రాత కనిపెట్టారు. ఆ విధంగా రాత క్రమంగా లోకం అంతా వ్యాపించింది.

రాత కనిపెట్టిన నాటికే సుమేరియాలోను, ఈజిప్ట్‌లోను నగరాలు, ఆలయాలు, పొలాలకి నీరు సరఫరా చేసే కాలవలు మొదలైనవి ఉండేవి. ఇలాంటి నాగరికతని రూపొందించడానికి ఎంతో మంది మనుషులు కలిసికట్టుగా పని చెయ్యవలసి వచ్చింది. ఎంతో శ్రమని, సమయాన్ని ధారపోయాల్సి వచ్చింది. పన్నులు కట్టాల్సి వచ్చింది.

కాబట్టి సరైన పద్దులు నిర్వహించవలసిన అవసరం తలెత్తింది. ఆ రోజుల్లో ఆలయాల్లో అర్చకులు ఈ పనులు చేసేవారు. ఎవరు ఎంత పన్ను కడుతున్నారో వాళ్లు కనిపెడుతూ ఉండేవాళ్ళు. బహుశ తొలిదశల్లో వాళ్ళు ఈ సమాచారం అంతా ఊరికే జ్ఞాపకం పెట్టుకునేవారేమో. కాని జ్ఞాపకాలు మనని మోసం చేస్తాయి. అలా కాకుండా పన్నుల గురించిన సమాచారాన్ని శాశ్వతంగా, నిర్దిష్టంగా, చెరగని చిహ్నాల రూపంలో ప్రభుత్వానికి సమర్పించుకోవాల్సిన అవసరం ఏర్పడింది. వివాదం వచ్చినప్పుడు ఆ చిహ్నాలని సంప్రదిస్తే సరిపోతుంది.

రాత కనిపెట్టిన కొత్తల్లో మనుషులు ప్రతీ పదానికి ఒక కొత్త చిహ్నాన్ని వాడేవారు.

ఆ కారణం వల్ల ఎన్నో చిహ్నాలని గుర్తుపెట్టుకోవలసి ఉండేది. కాబట్టి చదవడం, రాయడం నేర్చుకోవడం చాలా కష్టంగా ఉండేది. అందుకే ఆ రోజుల్లో గుళ్ళో పూజారికి మాత్రమే చదవడం, రాయడం వచ్చి ఉండేది.

ఆ చిహ్నాలలో అంకెలకి తగు చిహ్నాలు ఉండేవి. మరి పద్దులు అంటే అంకెలతో నిండి వుంటాయిగా!

ప్రతీ అంకెకీ ఒక ప్రత్యేక చిహ్నాన్ని రూపొందించవచ్చు. అప్పుడు వేల కొద్దీ అంకెలకి వేల కొద్దీ చిహ్నాలు పుట్టుకొస్తాయి. అప్పుడిక ఆ వేలాది గుర్తులని గుర్తుపెట్టుకోవలసి వస్తుంది.

అయితే అంకెలని వేళ్లతో సూచించే పద్ధతి ఎప్పటి నుంచో వుందని ముందు చెప్పుకున్నాం. కాబట్టి వేలిని పోలిన నిలువు గీత చిహ్నంతో ఒకటి అంకెని సూచిస్తే? ఈజిప్షియన్లు సరిగ్గా అదే చేశారు. ''I'' అక్షరాన్ని పోలిన చిహ్నంతో ఒకటిని సూచించారు.

సంఖ్యని సూచించే చిహ్నాన్ని సంఖ్యాచిహ్నం అంటారు. ''I'' చిహ్నం ఈజిప్ట్‌కి చెందిన సంఖ్యా చిహ్నం. ఇతర నాగరికతలు కూడా ఆ చిహ్నాన్ని, లేకపోతే అలాంటి చిహ్నాన్నే వాడాయి. ఎందుకంటే అందరూ ఒకటిని వేలితోనే పోల్చి ఉంటారు.

అంకెకి చిహ్నం ఏమిటి అన్నది ముఖ్యం కాదు. ఆ చిహ్నాన్ని వాళ్లు ఎలా వాడారు అన్నదే ముఖ్యం. అది అర్థం కావాలంటే మనకి సుపరిచితమైన చిహ్నాలని వాడాలి. ఉదాహరణకి ఒకటిని సూచించడానికి ''I'' అనే చిహ్నాన్నే వాడదాం.

ఇప్పుడు రెండుని సూచించడానికి ఒక చిహ్నం కావాలనుకోండి. ఏదో కొత్త చిహ్నాన్ని ఊహించకుండా ఊరికే ''II'' రాస్తే సరిపోతుంది.

చూడడానికి అది రెండు వేళ్ల లాగానే ఉంటుంది.

ఇలాగే వరసగా మరి కొన్ని అంకెలని కూడా రాసుకోవచ్చు. మూడుని III తోను, నాలుగుని IIII తోను, ఐదుని IIIII తోను, ఇలా వరసగా తొమ్మిది (IIIIIIIII) వరకు చిహ్నాలని సృష్టించవచ్చు. ఈ పద్ధతిలో సౌకర్యం ఏమిటంటే చిహ్నంలో అంకె ఏమిటో తెలియాలంటే అందులోని నిలువు గీతలని లెక్కిస్తే చాలు. ఇందులో ఇబ్బంది ఏమిటంటే పెద్ద సంఖ్యలని సూచించడానికి అన్ని నిలువు గీతలని రాయడమే కాక, చదవడం కూడా కష్టమే. అందుకే అలా రాసినప్పుడు గాని, లెక్కించినప్పుడు గాని తప్పులు దొర్లే అవకాశం వుంది.

కాని ఈజిప్షియన్లు ఇలాంటి నిలువు గీతలతో అంకెలు రాసినప్పుడు ఇలా కటకటాలలాగా వరస పెట్టి రాయకుండా వాటిని గుంపులుగా విడదీసి రాసేవారు.

గీతలను ఉపయోగించి లెక్కపెడుతున్న ఈజిప్షియన్లు

ఉదాహరణకి ఐదుని సూచించడానికి IIIII అని కాకుండా పైన మూడు గీతలు కింద రెండు రెండు గీతలు ఉండేలా రాసేవారు. అప్పుడు రెండూ కూడి ఐదు అని అర్థం చేసుకోవడం తేలిక. అలాగే తొమ్మిది రాసినప్పుడు ఏకబిగిన IIIIIIIII అని కాకుండా మూడేసి గీతల గుంపులు ఒక దాని మీద ఒకటి ఉండేలా రాసేవారు.

అలా గుంపులుగా విడదీసి రాసినా కూడా కొంచెం ఇబ్బందే. ఉదాహరణకి యాభై నాలుగుని ఇలా సూచిస్తే ఎలా ఉంటుంది?

IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII IIIIIIIIIIIIII

కాని ఈజిప్షియన్లు పదిని సూచించడానికి ఒక కొత్త చిహ్నాన్ని ఊహించారు. ఆ చిహ్నాం తిరగేసిన U ని పోలి ఉంటుంది. ఆ అక్షరాన్ని టైప్ చెయ్యడానికి వీలుపడదు కాబట్టి అనువుగా ఉండేలా T అక్షరాన్ని వాడుకుందాం. ఎందుకంటే ఇంగ్లీష్‌లో పదిని సూచించే పదానికి (Ten) ఇది మొదటి అక్షరం. కాబట్టి ఇప్పుడు పదకొండుని సూచించాలంటే TI అనిగాని IT అని గాని రాసుకోవచ్చు. అలాగే పన్నెండుని TII, IIT లేక ITI అని రాసుకోవచ్చు. వరస క్రమం ఏదైనా మొత్తం పన్నెండే అవుతుంది.

అయితే ఇలా ఎలా పడితే అలా రాసే పద్ధతికి బదులు ఒక నియమబద్ధమైన పద్ధతిని వాడితే బాగుంటుంది. పద్ధతిలో క్రమం ఉంటే ప్రజలు దానికి తేలికగా అలవాటుపడతారు. తికమక పడరు. ఉదాహరణకి పెద్ద సంఖ్యాచిహ్నాలన్నీ ఎడమ పక్క, చిన్నవన్నీ కుడి పక్క అని ఒక నియమం పెట్టుకుందాం. అప్పుడు ఇరవై మూడుని TTIII (పది + పది + ఒకటి + ఒకటి + ఒకటి) అని రాసుకోవచ్చు. డెబ్బై నాలుగుని ఇలా రాస్తాం - TTTTTTTIIII. అలాగే తొంభై తొమ్మిదిని ఇలా – TTTTTTTTTIIIIIIIII.

ఒక సంఖ్యాచిహ్నాన్ని తొమ్మిది కన్నా ఎక్కువ సార్లు వాడకూడదని ఈజిప్షియన్లు ఒక నియమం పెట్టుకున్నారు. కాబట్టి ఏ చిహ్నాన్నయినా పదిసార్లు రాయాల్సి వచ్చినప్పుడు ఒక కొత్త చిహ్నాన్ని కనిపెట్టేవారు.

వందని సూచించాలంటే ఇలా రాయొచ్చు - TTTTTTTTTT. కాని ఈజిప్షియన్లు వందకి ఒక ప్రత్యేక చిహ్నాన్ని కనిపెట్టారు. ఆ చిహ్నాం చూడడానికి కాస్త g అక్షరంలా ఉంటుంది. దానిని టైప్ చెయ్యలేం కాబట్టి అనువుగా ఉంటుందని H అక్షరాన్ని వాడుకుందాం. ఇంగ్లీష్‌లో నూటిని సూచించే పదం (Hundred) లో ఇది మొదటి అక్షరం కదా?

ఈ కొత్త చిహ్నాన్ని వాడి మూడొందల ముప్పై మూడుని ఇలా రాసుకోవచ్చు - HHHTTTIII. అలాగే ఏడొందల పద్దెనిమిదిని ఇలా – HHHHHHHTIIIIIIII.

పదికి T అన్న సంకేతాన్ని ఉపయోగిస్తున్న ఈజిప్షియన్లు

ఎనిమిది వందల తొంభైని ఇలా రాయొచ్చు – HHHHHHHHTTTTTTTTT. ఈ మూడు చిహ్నాలని వాడి తొమ్మిది వందల తొంభైతొమ్మిది వరకు రాసుకుపోవచ్చు (999 = HHHHHHHHHTTTTTTTTTIIIIIIIII).

ఈ విధంగా ఒకటి నుండి తొమ్మిదివందల తొంభై తొమ్మిది వరకు అంకెలని మూడు చిహ్నాలతో వ్యక్తం చెయ్యొచ్చు. ప్రతీ చిహ్నాన్ని తొమ్మిది కన్నా ఎక్కువ సార్లు వాడాల్సిన పని లేదు. తరువాత వెయ్యికి ఒక కొత్త చిహ్నం కనిపెట్టారు. అలాగే పదివేలని సూచిస్తూ మరో కొత్త చిహ్నం. లక్షకి మరో చిహ్నం.

ఈ విధంగా ఎంత దూరం అయినా పోవచ్చు. కింది స్థాయి చిహ్నాన్ని పదిసార్లు వాడాల్సిన అవసరం వచ్చిన ప్రతీసారి ఒక కొత్త చిహ్నాన్ని కనిపెట్టుకుంటూ పోతే చాలు.

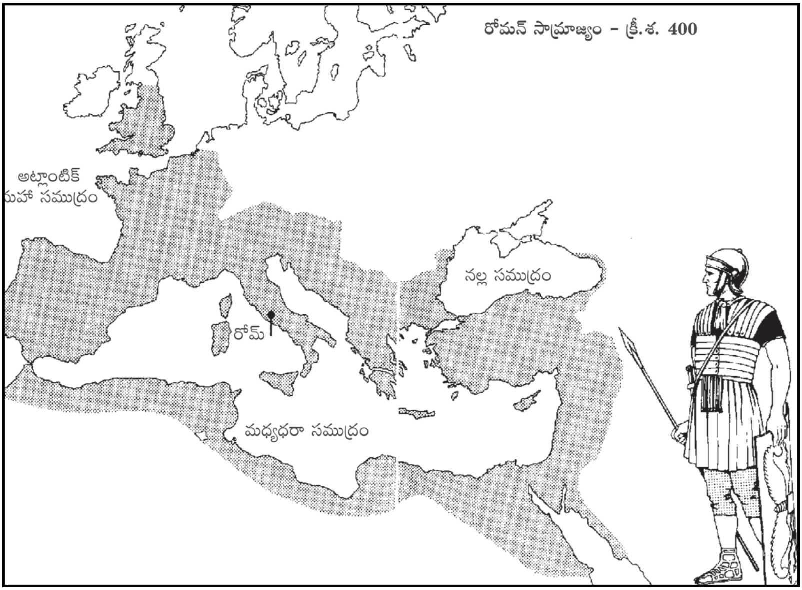
3. అంకెలు - రోమన్లు

మన చేతి వేళ్లు పది కాబట్టి ఈజిప్షియన్ సంఖ్యామానంలో పదికి చాలా ప్రాముఖ్యత ఉంటుంది.

ఒకప్పుడు దక్షిణ మెక్సికో ప్రాంతంలో జీవించిన మాయన్ జాతి వాళ్లు ఇరవై మీద ఆధారపడ్డ సంఖ్యామానాన్ని వాడేవారు. చేతి వేళ్లు, కాలి బొటనవేళ్లు కలుపుకుంటే మరి ఇరవై అవుతాయి. ఇంగ్లీష్‌లో ఇప్పటికీ ఇరవై అన్న విలువని సూచిస్తూ ఒక ప్రత్యేక పదమే వుంది. దాన్ని score అంటారు. ఏదైనా పెద్ద సంఖ్యని scores అన్న పదంతో కొన్ని సందర్భాలలో సూచిస్తుంటారు. క్రికెట్‌లో పరుగుల సంఖ్యని score అంటాం. "Two scores and fourteen" (రెండు ఇరవైలు, దాని మీద పద్నాలుగు) మంది మనుషులు హాజరు అయ్యారు అంటే యాభై నాలుగు మంది వచ్చారన్నమాట. ప్రఖ్యాత గెట్టిస్‌బర్గ్ ప్రసంగంలో అమెరికా అధ్యక్షుడు అబ్రహామ్ లింకన్ "Four score and seven years ago" అన్నప్పుడు దాని అర్థం "ఎనభై ఏడేళ్ల క్రితం" అన్నమాట.

అలాగే పన్నెండుకి కూడా ప్రాముఖ్యతను ఇవ్వడానికి కొన్ని కారణాలు ఉన్నాయి. పది కన్నా పన్నెండు వల్ల కొన్ని సత్ప్రయోజనాలు ఉన్నాయి. పది కన్నా పన్నెండుని మరిన్ని ఎక్కువ అంకెలతో విభజించడానికి వీలవుతుంది. పదిని రెండుతోను, ఐదుతోను మాత్రమే భాగించగలం. అందుకే వస్తువులని పదులుగా విభజిస్తే వాటిని మూడు భాగాలుగాను, నాలుగు భాగాలుగాను విభజించడం కష్టం. కాని పన్నెండుని రెండు, మూడు, నాలుగు, ఆరు భాగాలుగా కూడా విభజించవచ్చు.

పన్నెండు సంఖ్యకి ఇచ్చే ప్రాముఖ్యత వ్యావహారిక భాషలో కూడా కనిపిస్తుంది. అందుకు ఉదాహరణ ఇంగ్లీష్‌లో డజన్ అన్న పదం. డజను గుడ్లు కావాలంటాం. అరడజను అంటే ఆరు. డజనులో మూడో వంతు నాలుగు. డజనులో నాలుగో వంతు మూడు. డజనులో ఆరో వంతు రెండు.



సుమేరియన్లు అరవైకి ప్రత్యేక ప్రాముఖ్యతను ఇచ్చారు. పన్నెండు కన్నా దీన్ని మరిన్ని ఎక్కువ సంఖ్యలతో భాగించవచ్చు. అందుకే దైనిక జీవితంలో అరవైకి అంత ప్రాముఖ్యత ఉంది. నిముషంలో అరవై సెకనులు, గంటలో అరవై నిముషాలు మొదలైనవి ఇందుకు తార్కాణాలు. మనం వాడే సంఖ్యామానం ఎంత పెద్ద సంఖ్య మీద ఆధారపడితే, ఆ సంఖ్యామానంలో వాడే చిహ్నాలు అంత ఎక్కువగా ఉంటాయి. ఉదాహరణకి ఈజిప్షియన్లు పదికి బదులు పన్నెండుకి ప్రత్యేక చిహ్నాన్ని వాడారు అనుకుందాం. అప్పుడు తొమ్మిదికి బదులు పదకొండు చిహ్నాలని లెక్కించాల్సి వుంటుంది. పన్నెండుకి బదులు ఏ ఇరవైనో, అరవైనో వాడితే విషయం మరింత జటిలం అవుతుంది.

అలా కాకుండా పది కన్నా చిన్న సంఖ్యని వాడాం అనుకోండి (ఒక చేతి వేళ్ల సంఖ్య ఐదు కాబట్టి), అది ఎలా ఉంటుందో చూద్దాం.

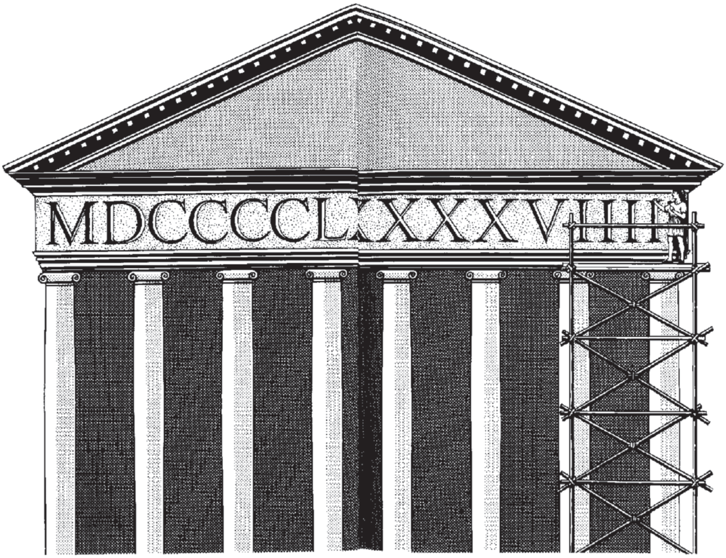
రెండు వేల ఏళ్ల క్రితం యూరప్, ఆసియా ఆఫ్రికా ఖండాలలో ఎన్నో ప్రాంతాలని రోమ్ రాజధానిగా రోమన్ చక్రవర్తులు పరిపాలించేవారు. ఆ రోమన్ సామ్రాజ్యంలో ఐదు మీద ఆధారపడ్డ సంఖ్యామానాన్ని అనుసరించేవారు. రోమన్లు వారి అక్షరాల మీద ఆధారపడ్డ సంఖ్యా చిహ్నాలని వాడేవారు. ఆ విధంగా ప్రపంచంలో ఎన్నో చోట్ల రోమన్ అక్షరాలు చలామణిలోకి వచ్చాయి.

రోమన్లు కూడా ఒకటి అంకెని "I"తో సూచించేవారు. తరువాత రెండు, మూడు, నాలుగు అంకెలని వరుసగా II, III, IIII అనే చిహ్నాలతో సూచించారు. ఇంతవరకు ఇది ఈజిప్షియన్ సంఖ్యామానానికి సన్నిహితంగా వుంది. కాని రోమన్లు ఒక చిహ్నాన్ని నాలుగు సార్లే వాడేవారు. ఐదవ సారి వినియోగించాల్సి వస్తే అందుకు కొత్త చిహ్నాన్ని వాడేవారు. అందుకే ఐదుని IIIII అని కాకుండా V అని సూచించేవారు.

ఆ తరువాత ఆరుని IIIIII అని కాకుండా VI అని సూచించేవారు. అలాగే తొమ్మిదిని VIIII అని సూచించేవారు. కాని పదిని VIIIII అని రాయడానికి వారి పద్ధతి ఒప్పుకోదు. ఎందుకంటే I అన్న చిహ్నం ఐదు సార్లు వస్తుంది. కాబట్టి పదికి X అని కొత్త చిహ్నాన్ని వాడారు. ఆ విధంగా వెయ్యి వరకు కొత్త చిహ్నాలని ఈ విధంగా సూచించొచ్చు. 1 = I, 5 = V, 10 = X, 50 = L, 100 = C, 500 = D, 1000 = M.

ఐదుకి, యాభైకి, ఐదొందలకి కొత్త చిహ్నాలు వాడడం వల్ల ఒక చిహ్నాన్ని ఎప్పుడూ నాలుగు కన్నా ఎక్కువ సార్లు వాడాల్సిన అవసరం లేకుండా పోయింది. కాబట్టి 22 ని ఇలా సూచించేవారు – XXII. 73 = LXXIII. 418 = CCCCXVIII. 1999 = MDCCCCLXXXXVIIII.

1999 అనే సంఖ్యని ఈజిప్షియన్ పద్ధతిలో రాయాలంటే "వెయ్యి"కి చిహ్నం



పందొమ్మిది వందల తొంభై తొమ్మిదికి రోమన్ అంకెలు

కావాలి. ఆ తరువాత "నూరు", "పది", "ఒకటి" కి చెందిన చిహ్నాలని వరసగా తొమ్మిదేసి సార్లు వాడాలి. అంటే వరుసగా ఇరవై ఎనిమిది చిహ్నాలు వస్తాయన్నమాట. అలా కాకుండా రోమన్ చిహ్నాలలో పదహారు చిహ్నాలే వస్తాయి.

అయితే ఈజిప్షియన్ పద్ధతిలో మొత్తం నాలుగు చిహ్నాలే వస్తాయి. రోమన్ పద్ధతిలో ఏడు చిహ్నాలు ఉంటాయి. రోమన్ పద్ధతిలో గణన తక్కువ, స్మరణ ఎక్కువ అన్నట్టుగా ఉంటుంది.

రోమన్ అంకెలని మొట్టమొదట రూపొందించినప్పుడు చిహ్నాలని ఏ వరసలో అమర్చినా ఫరవాలేదు అన్నట్టు ఉండేది. XVI అన్నా, VXI అన్నా, IVX అన్నా మొత్తం విలువ పదహారే అవుతుంది. పది, ఐదు, ఒకటి అంకెలని ఏ క్రమంలో కూడినా ఫలితం పదహారే వస్తుంది.

సంఖ్యాచిహ్నాలని ఎలా పడితే అలా రాయకుండా ఒక వరసక్రమంలో రాస్తే కూడిక మరింత తేలిక కావచ్చు. ఒకే రకం చిహ్నాలన్నీ పక్కపక్కనే వచ్చేలా రాయడం పరిపాటి. అన్నిటికన్నా పెద్ద చిహ్నం ఎడమ కొసన వస్తుంది. కుడి పక్కకి జరుగుతున్న కొద్ది ఇంకా ఇంకా చిన్న చిహ్నాలు వస్తాయి. కాబట్టి డెబ్బై ఎనిమిదిని ఎప్పుడూ ఇలాగే రాస్తాం – LXXVIII.

అయితే ఈ ప్రస్తుత పద్ధతిలో కూడా ఒక చిహ్నాన్ని అనేక సార్లు రాయాల్సి వస్తోంది. కాబట్టి ఒక్కొక్క చిహ్నాన్ని వీలైనన్ని తక్కువసార్లు ఉపయోగించేలా రాసే విధానాన్ని సంస్కరిస్తే బావుంటుందని రోమన్లు ఆలోచించారు. చిహ్నాలని ఎప్పుడూ ఎడమ నుండి కుడి పక్కకే రాసినా, కొన్ని సార్లు చిహ్నాల వరసని తారుమారు చేస్తే ఎలా వుంటుంది?

మామూలు పద్ధతిలో ఒక చిన్న చిహ్నాన్ని ఒక పెద్ద చిహ్నానికి కుడి పక్క ఉంచినప్పుడు రెండిట్నీ కలపడం పరిపాటి. అలా కాకుండా ఒక చిన్న చిహ్నానికి కుడి పక్కన ఒక పెద్ద చిహ్నాన్ని ఉంచినప్పుడు రెండిటి మధ్య భేదాన్ని తీసుకుంటే? అప్పుడు IV అన్నదానికి అర్థం "ఐదు మైనస్ ఒకటి = నాలుగు" అవుతుంది.

నాలుగుని IIII అని కాకుండా IV అని రాసినప్పుడు నాలుగుని రెండు చిహ్నాలతోనే (నాలుగు చిహ్నాలకి బదులు) వ్యక్తం చెయ్యగలుగుతున్నాం. అయితే అక్కడ చిహ్నాల స్థానాలని గుర్తించి కూడడానికి బదులు తీసివేయాల్సి ఉంటుంది.

ఈ కొత్త పద్ధతి ప్రకారం XL నలభై అయితే LX అరవై అవుతుంది. CX నూటపది అయితే CM తొమ్మిది వందలు అవుతుంది. MC పదకొండు వందలు అవుతుంది.

1973 సంవత్సరాన్ని MCMLXXIII అని రాయాలి, MDCCCCLXXXII అని కాదు. ఇలా రాయడం వల్ల పన్నెండు చిహ్నాలకి బదులు తొమ్మిది చిహ్నాలు సరిపోతాయి. అలాగే 1999ని MDCCCCLXXXXVIIII కి బదులు MCMXCIX గా రాయడానికి సాధ్యమయ్యింది. అంటే పదహారు చిహ్నాలకి బదులు కేవలం ఏడు చిహ్నాలతోనే రాయడానికి వీలయ్యింది.

అయితే ఈ తీసివేతని ప్రవేశపెట్టాక చిహ్నాల వరసక్రమాన్ని మార్చడానికి లేదు. ప్రతీ చిహ్నం సరిగ్గా దాని నియత స్థానంలో మాత్రమే ఉండాలి.

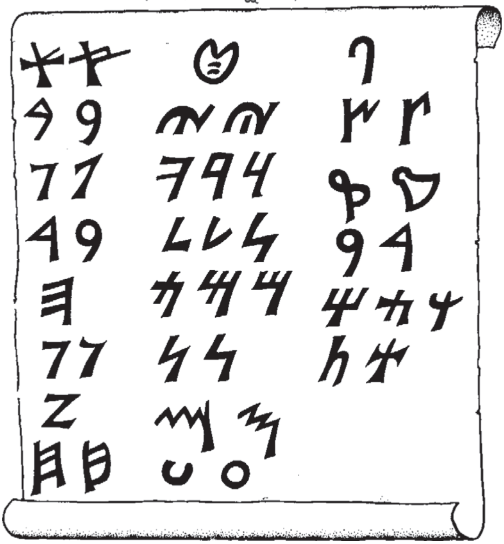
రోమన్ సామ్రాజ్యంలోని పశ్చిమ భాగం సుమారు 1500 ఏళ్ల క్రితమే విచ్ఛిన్నం అయిపోయింది. కాని రోమన్ సామ్రాజ్యం అంతరించిపోయిన 700 ఏళ్ల తరువాత కూడా రోమన్ సంఖ్యలని వాడుతూనే వున్నారు.

4. అంకెలు - అక్షరాలు

ఈజిప్షియన్, రోమన్ సంఖ్యామానాలు రెండిట్లోను చిహ్నాలని పలుమార్లు వాడాల్సి వుంటుంది. III, XX, TTTT... ఇలాంటి ఆవృత్తి మళ్లీ మళ్లీ కనిపిస్తుంది. ఈ చిహ్నాలని లెక్కపెట్టవలసి వస్తుంది కాబట్టి ఆ లెక్కింపులో తప్పులు దొర్లొచ్చు.

ఒక చిహ్నాన్ని ఒక సంఖ్యలో ఒకటి కన్నా ఎక్కువ సార్లు వాడకుండా సంఖ్యని రాయడానికి వీలవుతుందా? దాన్ని సాధించాలంటే మరిన్ని చిహ్నాలు వాడాలి. రెండుని II అని రాయకూడదు అనుకుంటే దానికో ప్రత్యేక చిహ్నాన్ని కనిపెట్టాలి. అలాగే మూడు, నాలుగు, ఇలా ప్రతీ అంకెకి ప్రత్యేక చిహ్నాలు ఉండాలి.

ఫోనీషియన్ అక్షరాలు, అంకెలు



ఇదంత సమర్థవంతమైన పద్ధతిలాగా కనిపించడం లేదు. ఎందుకంటే ఇందులో ఎన్నో జ్ఞాపకం పెట్టుకోవాలి. పోనీ చిహ్నాలన్నీ ముందే జ్ఞాపకం పెట్టుకున్నారు అనుకుంటే?

సుమారు 3400 ఏళ్ల క్రితం ఫోనీషియన్లు అనే ప్రత్యేక జాతివారు ఉండేవారు. వీళ్లు ప్రస్తుతం మనం లెబనాన్ అని పిలిచే ప్రాంతంలో మధ్యధరా సముద్రానికి తూర్పు తీరాన ఉండేవాళ్లు. వీళ్లు మొట్టమొదటి అక్షరాలని

కనిపెట్టారు అంటారు. ప్రతీ అక్షరానికి ఒక శబ్దం ఉండేది. ఆ అక్షరాలతో ఏ పదాన్నయినా కూర్చవచ్చు.

ఫోనీషియన్ అక్షరాలు లోకంలో దిశదిశలా వ్యాపించాయి. హీబ్రూలు, గ్రీకులు ఆ అక్షరాలని స్వీకరించారు. రాత నేర్చిన వాళ్లంతా ఈ అక్షరాలని జ్ఞాపకం పెట్టుకునేవారు. అయితే ఈ అక్షరాల పేర్లు ఒక్కొక్క ప్రాంతంలో ఒక్కొక్క విధంగా ఉండేవి. కాని ప్రతి ఒక్కరు ఆ అక్షరాల పేర్లని తమ స్వంత భాషలోనే నేర్చుకుని గుర్తుపెట్టుకునేవారు.

ఉదాహరణకి హీబ్రూ పిల్లలు ఈ అక్షరాలని నేర్చుకునేటప్పుడు – అలెఫ్, బెత్, గిమెల్, డాలెడ్, హే, వువ్ మొదలైన పేర్లతో పిలుచుకునేవారు. గ్రీకు పిల్లలు అవే అక్షరాలని – ఆల్ఫా, బీటా, గామా, డెల్టా, ఎప్సిలాన్, జీటా, ఈటా, ... ఇలా పిలుచుకునేవారు. ఇవే అక్షరాలని ఇంగ్లీష్‌లో నేర్చుకునే పిల్లలు – ఏ, బీ, సీ, డీ, ఈ, ఎఫ్ అని వల్లెవేసేవారు.

ఈ అక్షరాలు అందరికీ ఎంత అలవాటైపోయాయి అంటే వీటితో సునాయాసంగా రాయగలిగేవారు. అక్షర క్రమంలో ప్రతీ అక్షరానికి ఒక నియత స్థానం ఉండేది, ఒక నిర్దిష్ట చిహ్నం ఉండేది.

మరి అక్షరాల చిహ్నాలనే అంకెలకి కూడా చిహ్నాలుగా వాడితే ఎలా ఉంటుందో? మొదటి అక్షరాన్ని ఒకటికి చిహ్నంగా, రెండవ అక్షరాన్ని రెండుకి చిహ్నంగా, ఇలా వరసగా అక్షరాలని అంకెలకి చిహ్నాలుగా తీసుకుంటే ఎలా ఉంటుంది? అప్పుడిక కొత్త చిహ్నాలని కనిపెట్టనక్కర్లేదు. ఉన్న చిహ్నాలని వాడుకుంటే చాలు.

హీబ్రూ, గ్రీక్ అక్షరాలు మనకి కాస్త కొత్తగా ఉంటాయి. అయితే వాటికి ఇంగ్లీష్ అక్షరాలకి చాలా దగ్గరి సంబంధం వుంది కాబట్టి, ఇంగ్లీష్ అక్షరాలనే నమూనాగా వాడుకుంటూ ఈ కొత్త సంఖ్యామానం ఎలా పని చేస్తుందో చూద్దాం.

A = ఒకటి

B = రెండు

C = మూడు

D = నాలుగు

E = ఐదు

F = ఆరు

G = ఏడు

H = ఎనిమిది

I = తొమ్మిది

J = పది

ఇలాగే కొనసాగుతుంటే ఇరవై ఆరు దగ్గర ఆగిపోవలసి వస్తుంది. ఎందుకంటే మరి ఇంగ్లీష్‌లో ఇరవై ఆరు అక్షరాలే వున్నాయి.

కాని ఇప్పుడు ఈ అక్షరాలని రకరకాలుగా కలపడం మొదలుపెడదాం. పదకొండుని "పది + ఒకటి" అని అంటే JA అని రాసుకోవచ్చు. అప్పుడు పన్నెండు JB అవుతుంది. అలాగే JC పదమూడు, JD పద్నాలుగు, JE పదిహేను, JF పదహారు, JG పదిహేడు, JH పద్దెనిమిది, JI పందొమ్మిది అవుతాయి.

ఇరవైని JJ అని రాసుకోవచ్చు కాని అప్పుడు ఒకే చిహ్నాన్ని పలు మార్లు వాడినట్టు అవుతుంది. కాబట్టి అలా కాకుండా J తరువాత వచ్చే K అక్షరాన్ని ఇరవైకి చిహ్నంగా వాడుకుంటూ ఇలా ముందుకి పోదాం.

K = ఇరవై

L = ముప్పై

M = నలభై

N = యాభై

O = అరవై

P = డెబ్బై

Q = ఎనభై

R = తొంభై

S = వంద

T = రెండు వందలు

U = మూడు వందలు

V = నాలుగు వందలు

W = ఐదు వందలు

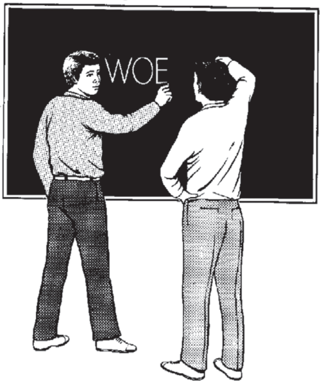
X = ఆరు వందలు

Y = ఏడు వందలు

Z = ఎనిమిది వందలు

ఇలా నిర్మించిన పట్టిక అర్థాంతరంగా ఆగిపోయింది. కనీసం తొమ్మిది వందల వరకైనా రాయగలగాలి కాబట్టి దాన్ని $ చిహ్నంతో సూచిద్దాం.

ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి వెయ్యి లోపల ఏ సంఖ్యనైనా ఒకటి, రెండు, లేక



అంకెలకు, అక్షరాలకు ఒకే సంకేతాలు వాడటం వల్ల సంఖ్యలు పదాలు లాగా అనిపిస్తాయి

మూడు చిహ్నాలతో సూచించడానికి వీలవుతుంది. పైగా ఏ చిహ్నాన్ని ఒకటి కన్నా ఎక్కువ సార్లు వాడకుండా రాయడానికి వీలవుతుంది.

ఈ కొత్త పద్ధతి ప్రకారం కొన్ని సంఖ్యలని ఈ విధంగా వ్యక్తం చెయ్యొచ్చు. 75 = PE, 156 = SNF, 802 = ZB, 999 = $RI. ఈ విధంగా ఒకటి నుండి తొమ్మిది వందల తొంభై తొమ్మిది వరకు అంకెలన్నీ సునాయాసంగా రాసేయొచ్చు.

తొమ్మిది వందల తొంభై తొమ్మిది కన్నా పెద్ద సంఖ్యలని వ్యక్తం చెయ్యాలంటే కొన్ని కొత్త గుర్తులని ప్రవేశపెట్టొచ్చు.

ఉదాహరణకి ఒక అంకె మీద చిన్న అడ్డు గీత రాస్తే ఆ అంకెని వెయ్యితో గుణించినట్టు తీసుకోవచ్చు. ఉదాహరణకి A మీద అడ్డుగీత గీస్తే అది వెయ్యి అవుతుంది, B మీద గీస్తే అది రెండు వేలు. అప్పుడు ఐదు వేల ఎనిమిది వందల ఇరవై ఒకటిని ఇలా రాసుకోవచ్చు – ĒZKA.

అంతా బాగానే వుంది గాని పదాలకి, అంకెలకి ఒకే చిహ్నాలు వాడితే అంకెలు కూడా పదాల లాగానే ఉంటాయి. ఉదాహరణకి పై పద్ధతిలో ఐదు వందల అరవై ఐదుకి చిహ్నాలు కూర్చితే ఇలా వస్తుంది – WOE. (ఇంగ్లీష్‌లో ఈ పదానికి శోకం అని అర్థం!). పదాలకి, అంకెలకి మధ్య ఇలాంటి పోలికలు గమనించిన వాళ్లు కొన్ని అంకెలు దుశ్శకునాన్ని సూచిస్తాయని అపోహపడి ఉండొచ్చు. గ్రీకులు, హీబ్రూలు కూడా ఇలాంటి పొరబాటు చేసి న్యూమరాలజీ అనే ఒక తలతిక్క శాస్త్రాన్ని కనిపెట్టారు.

అలా పుట్టిన న్యూమరాలజీ ఇప్పటికీ వుంది. చాలామంది ఇప్పటికీ దాన్ని నమ్ముతారు. ఎప్పుడో ప్రాచీన కాలంలో గ్రీకులు, హీబ్రూలు పదాలకి, అంకెలకి ఒకే చిహ్నాలని వాడిన పాపానికి నేడు మనకీ న్యూమరాలజీ దాపురించింది.

5. అంకెలు - శూన్యం

ప్రతీ అంకెకి ఒక చిహ్నాన్ని వాడడం మంచిదే గాని అందుకు అక్షరాలని వాడకుండా ప్రత్యేక సంఖ్యా చిహ్నాలని వాడడం మేలు.

భారత దేశానికి చెందిన వాళ్ళు సరిగ్గా అదే చేశారు. ఆ అంకెలనే ఇప్పుడు మనం వాడుతున్నాం. అయితే ఆ చిహ్నాల ఆకృతులు కాలానుగతంగా మార్పులు చెందాయి. వాటి ప్రాచీన రూపాలు వేరు. అయినా కూడా మనం ప్రాచీన భారత సంఖ్యా చిహ్నాలని చూస్తే ప్రస్తుతం మనం ఇంగ్లీష్‌లో వాడే సంఖ్యా చిహ్నాల పోలికలు కనిపిస్తాయి.

భారతీయులు కల్పించిన సంఖ్యలు ఇలా వుంటాయి -

1 = ఒకటి

2 = రెండు

3 = మూడు

4 = నాలుగు

5 = ఐదు

6 = ఆరు

7 = ఏడు

8 = ఎనిమిది

9 = తొమ్మిది

ఈ అంకెలు లేదా వాటి మూలరూపాలు భారత దేశంలో సుమారు 2,200 ఏళ్ళ క్రితం అవతరించాయి అని చెప్పుకోవచ్చు.

భారతీయ సాంప్రదాయంలో పుట్టిన సంఖ్యా చిహ్నాలు మరి పాశ్చాత్య లోకంలో చలామణి కావడం ఏమిటి అని అనుకుంటున్నారేమో. అవి కూడా కేవలం మరో

చిహ్నాల సముదాయమే కదా? ఏ రోమన్ చిహ్నాలనో వాడకుండా భారతీయ చిహ్నాలని వాడవలసిన అవసరం ఏమిటి?

నిజమే. పాశ్చాత్య లోకంలో ప్రాచీన రోమన్ చిహ్నాలని వాడడమే సబబు. అయితే ఆ చిహ్నాల వల్ల ఎంత సత్ప్రయోజనం కలిగితే అంత మేరకే వాటిని వాడతారు. భారతీయులు కనిపెట్టిన సంఖ్యామానంలో మిగతా సంఖ్యామానాలలో లేని ఒక గొప్పదనం వుంది. ఆ కారణంవల్లనే అవి భరత భూమిని దాటి ప్రపంచం అంతటా వ్యాపించాయి.

మొదట చెప్పుకోదగ్గ విషయం ఏమిటంటే భారతీయులు కూడా ఈజిప్షియన్ల లాగానే తొమ్మిది కన్నా పెద్ద సంఖ్యలకి కూడా చిహ్నాలు కనిపెట్టారు. పది, ఇరవై, ముప్పై మొదలైన సంఖ్యలకి కూడా వాళ్ళు చిహ్నాలు కనిపెట్టారు. అలాగే వంద, రెండు వందలు, మూడు వందలు మొదలైన వాటికి కూడా. అయితే ఈ సంఖ్యలన్నిటికీ ప్రత్యేక పేర్లు కనిపెట్టడం అనవసరం అని ఎవరికో అనిపించి వుంటుంది (అదెవరో మనకి తెలియదు అనుకోండి!). ఎందుకంటే రెండొందలు అంటే రెండు "వందలు." అలాగే ఇరవై అంటే రెండు "పదులు". రెండు అంటే రెండు "ఒకట్లు".

ఉదాహరణకి ఇలాంటి పద్ధతిని అనుసరించాం అనుకుందాం. ఒక సంఖ్యలో కుడి చివర ఉండే చిహ్నం ఆ సంఖ్యలో ఎన్ని ఒకట్లు ఉన్నాయో సూచిస్తుంది. దాని ఎడమన ఉండే చిహ్నం ఎన్ని పదులు ఉన్నాయో సూచిస్తుంది. ఇంకా దాని ఎడమన ఉండే చిహ్నం ఎన్ని వందలు ఉన్నాయో సూచిస్తుంది. ఒక చిహ్నం అర్థం అది వున్న స్థానం మీద ఆధారపడుతుంది. భారతీయులు కనిపెట్టిన సంఖ్యామానం లోని గొప్పదనం ఇదే. ఈ పద్ధతిలో 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 అనే తొమ్మిది చిహ్నాలు చాలు.

ఉదాహరణకి 354 అనే సంఖ్యని తీసుకుంటే కుడి చివరన ఉన్న అంకె నాలుగు ఒకట్లని అంటే నాలుగుని సూచిస్తుంది. దాని పక్కన వున్న 5, ఐదు పదులని అంటే యాభైని సూచిస్తుంది. ఇంకా దాని పక్కన వున్న 3, మూడు వందలని సూచిస్తుంది. మూడింటిని కూడితే మూడొందల యాభైనాలుగు వస్తుంది.

ఈ పద్ధతిలో ఏ అంకెని అయినా రాయడానికి వీలవుతుంది. 18 అంటే ఒక పది, ఎనిమిది ఒకట్లు. 999 అంటే తొమ్మిది వందలు, తొమ్మిది పదులు, తొమ్మిది ఒకట్లు. మొత్తం కలిపితే తొమ్మిది వందల తొంభై తొమ్మిది.

భారతీయ పద్ధతిలో ఎంత పెద్ద సంఖ్యనైనా వ్యక్తం చెయ్యొచ్చు. ఉదాహరణకి 87235 అంటే, కుడి నుండి ఎడమకి లెక్కిస్తూ వస్తే, ఐదు ఒకట్లు, మూడు పదులు, రెండు వందలు, ఏడు వేలు, ఎనిమిది పదివేలు! మొత్తం కలిపితే ఎనభై ఏడు వేల రెండు వందల ముప్పై ఐదు. ఇంత పెద్ద సంఖ్యని వ్యక్తం చేస్తున్నా ఆ తొమ్మిది

భారతీయ చిహ్నాలనే వాడుతున్నాం. కొత్త కొత్త చిహ్నాలని కనిపెట్టాల్సిన పని లేదు. అయితే ఇక్కడే ఒక చిక్కు ఉంది.

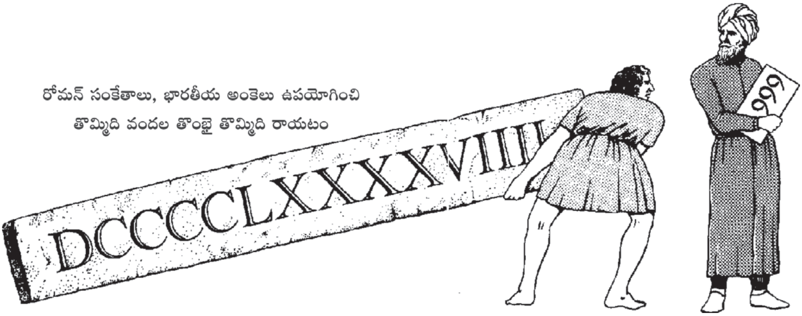
ఉదాహరణకి మీరు రెండు వేల మూడు అనే సంఖ్యని వ్యక్తం చేద్దాం అనుకుంటున్నారు. ఇందులో రెండు "వేయి" లు, మూడు "ఒకట్లు" ఉన్నాయి. దీన్ని 23 అని రాయడానికి లేదు. ఎందుకంటే రెండు ఉన్నది వేల స్థానం కాదు. మరి పదుల స్థానంలో, వందల స్థానంలో ఏమీ లేదు అని సూచించడానికి, ఆ రెండు స్థానాలలోను ఖాళీలు మిగులుస్తూ 2 3 అని రాస్తే ఏమవుతుంది? కాని ఖాళీ ప్రదేశానికి అర్థం ఏమిటో ఎలా తెలుస్తుంది? ఆ ఖాళీలో ఎన్ని స్థానాలు ఉండాలో? అది ఒక స్థానం కావచ్చు, రెండు స్థానాలు కావచ్చు... ఎన్నయినా కావచ్చు.

అందుకని ఖాళీలని మిగల్చడం మంచి పద్ధతి కాదు. అది ఖాళీ అని సూచిస్తూ ఒక ప్రత్యేక చిహ్నం ఉండాలి. ఆ చిహ్నాన్ని వాడినప్పుడు "పదులే లేవు," లేక "వందలే లేవు" అన్న అర్థం రావాలి.

ఖాళీలని సూచించే చిహ్నం ఒకటి ఉండాలి అన్న భావన రావడం చాలా కష్టం. మనుషులు సంఖ్యా చిహ్నాలని వాడడం మొదలుపెట్టిన వేయేళ్ల దాకా శూన్యానికి కూడా ఒక చిహ్నం ఉండాలన్న ఆలోచన ఎవరికీ రాలేదు. అలాంటి అద్భుతమైన ఆలోచన కచ్చితంగా ఎవరికి వచ్చిందో, ఎప్పుడు కలిగిందో తెలియదు. కాని ఆ వ్యక్తి భారతీయుడే అనిపిస్తుంది. అది బహుశ 1300 ఏళ్ళ క్రితం జరిగి ఉండొచ్చు.

ఆ శూన్యాన్ని సూచించడానికి ప్రస్తుతం మనం 0 అనే వృత్తాకార చిహ్నాన్ని వాడుతున్నాం. దీని లోపల ఉండే ఖాళీ ప్రదేశం శూన్యాన్ని సూచిస్తుంది. అందుకే భారతీయులు దీనికి "శూన్యం" అని పేరు పెట్టారు. (దీన్నే మనం తెలుగులో సున్నా అంటాం.)

రోమన్ సంకేతాలు, భారతీయ అంకెలు ఉపయోగించి
తొమ్మిది వందల తొంభై తొమ్మిది రాయటం



ఈ శూన్యం ఎలా పని చేస్తుందో ఒక సారి చూద్దాం. ఇరవై మూడు కావాలంటే రెండు పదులు, మూడు ఒకట్లు కావాలి కాబట్టి 23 అని రాస్తాం. రెండొందల మూడు కావాలంటే అందులో రెండు వందలు, సున్నా పదులు, మూడు ఒకట్లు కావాలి. కాబట్టి 203 అని రాయొచ్చు.

అలాగే రెండు వేల ముప్పై అని రాయాలంటే 2030 అని రాయొచ్చు. రెండు వేల మూడు వందలని 2300 అని, రెండు వేల మూడుని 2003 అని తేలికగా వ్యక్తం చెయ్యొచ్చు.

ఈ విధంగా 1,2,3,4,5,6,7,8,9 అనే తొమ్మిది భారతీయ చిహ్నాలకి, సున్నా (0) అనే చిహ్నాన్ని జోడిస్తే ఎంత పెద్ద సంఖ్యనైనా తేలికగా, సహజంగా వ్యక్తం చెయ్యొచ్చు.

6. అంకెలు - ప్రపంచం

సున్నాని ప్రవేశపెట్టాక భారతీయ సంఖ్యామానం కన్నా శ్రేష్ఠమైన సంఖ్యామానం ప్రపంచంలో లేదని చెప్పొచ్చు. కొన్ని చిహ్నాలతో ఎంత పెద్ద సంఖ్యలనైనా రాయొచ్చు. ఎన్నో చిహ్నాలని జ్ఞాపకం పెట్టుకోవలసిన పని లేదు. అక్షరాలతో సంఖ్యలని వ్యక్తం చెయ్యడం వల్ల ఇబ్బందులు కూడా ఇక్కడ లేవు.

అంతేకాక భారతీయులు కనిపెట్టిన సంఖ్యలతో అంకగణితం చెయ్యడం మరే ఇతర సంఖ్యామానాలతో కన్నా తేలిక అని తేలింది. ప్రాచీన కాలంలో రోమన్, గ్రీకు సంఖ్యలతో భాగాహారాలు చెయ్యడానికి తలలు పండిన గణితవేత్తలు కావలసి వచ్చేవారు. భారతీయ పద్ధతిలో చిన్నచిన్న బడి పిల్లలు భాగాహారాలు తేలికగా చెయ్యగలుగుతారు. రోమన్ సంఖ్యలతో భాగాహారాలు చెయ్యాలంటే దిమ్మతిరిగి పోతుంది!

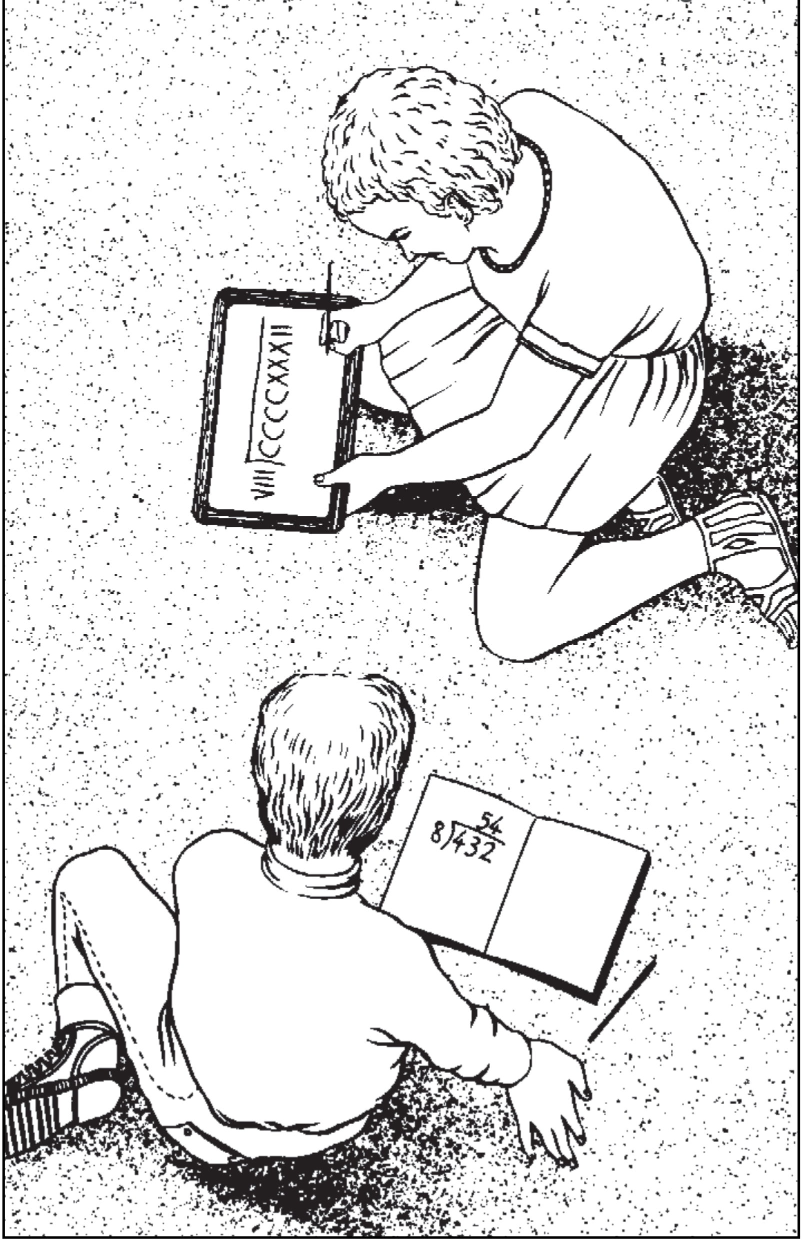
భారతీయ సంఖ్యామానంతో అంకగణితం ఇంత తేలిక అవుతుందని గుర్తించిన ఇతర దేశస్థులు వేగంగా ఆ సంఖ్యామానాన్ని స్వీకరించడం మొదలుపెట్టారు. ఆ విధంగా భారతీయ సంఖ్యామానం లోకం అంతా వ్యాపించింది.

క్రీ.శ. 800 కల్లా, అంటే సున్నాని కనిపెట్టిన కొంత కాలానికే, భారతీయ సంఖ్యామానం భారత దేశానికి వాయవ్య వైపున ఉన్న ప్రాంతాలకి పాకింది. ఈ ప్రాంతాలలో ఉండేవారు అరబ్బులు. అరబిక్ భాష మాట్లాడే వాళ్లు ఉత్తర ఆఫ్రికా, స్పెయిన్ దేశాలలో కూడా ఉండేవారు. ఆ విధంగా ఈ సంఖ్యామానం ఆఫ్రికా, స్పెయిన్‌లకి కూడా పాకింది.

భారతీయులు శూన్యం అని పిలిచిన చిహ్నాన్ని అరబ్బులు సిఫ్ర్ (sifr) అని పిలిచారు.

క్రీ.శ. 820లో ముహమ్మద్ అల్ ఖ్వరిజ్మీ అనే అరబ్బు గణితవేత్త ఒక ప్రఖ్యాత

రోమన్, అరబిక్ అంకెలు ఉపయోగించి భాగాహారం చెయ్యటం



గణిత గ్రంథాన్ని రాశాడు. భారతీయ సంఖ్యామానంలో అంకగణితం ఎలా చెయ్యాలో అందులో వివరంగా వర్ణించాడు.

ఆ తరువాత ఒక వందేళ్ళకి గెబెర్ట్ అనే ఒక ఫ్రెంచ్ దేశస్థుడు రంగప్రవేశం చేశాడు. ఈ వ్యక్తికి కొత్త విషయాలని తెలుసుకోవడం, వాటిని ప్రచారం చెయ్యడం ఇష్టం. ఆ కాలంలో ఫ్రాన్స్, జర్మనీ, ఇంగ్లండ్ దేశాలు "చీకటి యుగం" గుప్పెట్లో ఉండేవి. చదవడం, రాయడం పెద్దగా ఎవరికీ వచ్చేది కాదు. ఎక్కువగా బళ్లు, పుస్తకాలు ఉండేవి కావు. అరబ్బుల పాలనలో ఉండే స్పెయిన్ మాత్రం మరింత ఉన్నత స్థితిలో ఉండేది. క్రీ.శ. 967లో గెర్బెర్ట్ స్పెయిన్‌ని సందర్శించి అక్కడ అరబిక్ పుస్తకాలు అధ్యయనం చేశాడు. అల్ ఖ్వారిజ్మీ పుస్తకం కూడా చదివాడు. అందులో ఈ కొత్త సంఖ్యామానం గురించి చదివాడు. దాని గుణగణాలని అర్థం చేసుకుని మురిసి పోయాడు. ఆ సమాచారాన్నంతా తనతో ఫ్రాన్స్‌కి తిరిగి తీసుకెళ్లాడు. అరబ్ ప్రాంతం నుండి వచ్చిన సంఖ్యలు కదా అని యూరొపియన్లు ఆ సంఖ్యలని అరబ్బీ సంఖ్యలు అనేవారు. కాని ఆ సంఖ్యలు అసలు భారత దేశం నుండి వచ్చాయన్న సంగతి ఆ రోజుల్లో యూరప్‌లో ఎక్కువ మంది గుర్తించలేదు. అందుకే ప్రస్తుతం మనం వాడే 1, 2, 3 మొదలైన అంకెలని అరబిక్ అంకెలు అంటాం.

క్రీ.శ. 999లో ఈ గెర్బెర్ట్ సిల్వెస్టర్-2 అనే పేరుతో పోప్‌గా కొత్త అవతారం ఎత్తాడు. మరి పోప్ అంతటి వాడు ఈ కొత్త సంఖ్యామానాన్ని ప్రవేశపెడితే జనం బుద్ధిగా వింటారని ఆశిస్తాం. కాని అలా జరగలేదు. గెర్బెర్టే కాక మరి కొందరు మేధావులు కూడా ఈ కొత్త సంఖ్యామానం గొప్పదనం గురించి ప్రజలకు నేర్పించాలని చూశారు. కాని జనం అప్పటికే రోమన్ సంఖ్యలకి బాగా అలవాటు పడిపోయి వున్నారు. కాబట్టి అంత తేలికగా పాత అలవాట్లు మార్చుకోలేక పోయారు.

మరో రెండు శతాబ్దాలు గడిచాయి. ఇలా ఉండగా లియొనార్డో ఫిబొనాచీ అనే వ్యక్తి రంగప్రవేశం చేశాడు. ఇతడు ఇటలీలో పీసా అనే నగరంలో జీవించేవాడు. ఇతడు ఒకసారి ఉత్తర ఆఫ్రికా సందర్శిస్తున్న సమయంలో భారతీయ సంఖ్యామానం గురించి తెలుసుకున్నాడు. 1202లో ఇతడు భారతీయ (అరబిక్) సంఖ్యామానాన్ని వర్ణిస్తూ ఒక పుస్తకం రాశాడు. అందులో సున్నా గురించి కూడా రాశాడు. వీటితో అంకగణితాన్ని ఎంత తేలికగా చెయ్యొచ్చో ప్రదర్శించాడు.

అప్పటికి యూరప్‌లో చీకటి యుగపు నల్లని చారలు నెమ్మదిగా తొలగి పోతున్నాయి. ప్రజలు మరింత సంపన్నులు, విద్యావంతులు అవుతున్నారు. ఇటలీలో ఎంతోమంది పెద్ద పెద్ద వ్యాపారస్థులు ఉండేవారు.

వాళ్లకి వాళ్ల పద్దులు చూసుకోడానికి ఎన్నో లెక్కలు చేసుకోవాల్సి వచ్చేది. అరబిక్ అంకెలతో లెక్కలు ఎంత తేలిక అవుతాయో ఇటాలియన్ వ్యాపారులు తేలికగా గుర్తించగలిగారు. రోమన్ సంఖ్యలకి వేగంగా స్వస్తి చెప్పి అరబిక్ సంఖ్యలని స్వీకరించారు. ప్రత్యేకించి శూన్యాన్ని సూచించే సున్నా అనే చిహ్నం ఎంత ముఖ్యమో వాళ్లకి బాగా అర్థమయ్యింది. అందుకు అరబిక్ పదమైన సిఫ్ర్‌ని వాళ్లు మొదట్లో స్వీకరించారు. అయితే ఇటాలియన్ నేపథ్యంలో ఆ శబ్దం క్రమంగా జెపిరో అని మారిపోయింది.

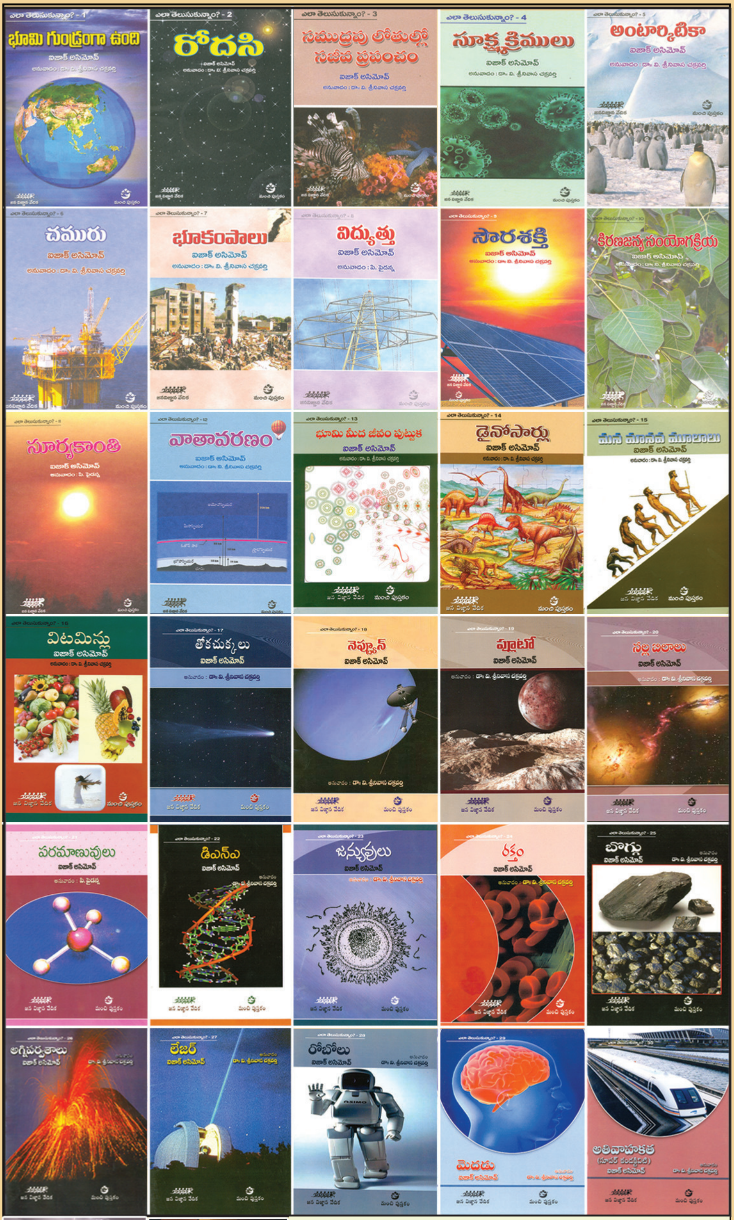
తదనంతర కాలంలో ఆ జెపిరో కాస్తా జీరోగా మారింది. దాన్నే ప్రస్తుతం మనం ఇంగ్లీష్ అంకెలలో వాడుతున్నాం.

ఇటలీ నుండి అరబిక్ సంఖ్యలు యూరప్ అంతటా వ్యాపించాయి. అమెరికా నేల మీద కొలంబస్ కాలు మోపిన నాటికి అరబిక్ సంఖ్యలు యూరప్ అంతటా వ్యాపించాయి.

అయితే కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలలో మాత్రం ఇప్పటికీ రోమన్ సంఖ్యలని వాడతాం. కాస్త అట్టహాసంగా ఒక సంఖ్యని వ్యక్తం చెయ్యాల్సి వచ్చినప్పుడు, లెక్కలు చెయ్యాల్సిన అవసరం లేనప్పుడు రోమన్ సంఖ్యలు వాడతాం. ఉదాహరణకి ఇంగ్లండ్‌ని పాలించిన ఎలిజబెత్ రాణి అదే పేరు గల రెండవ ఇంగ్లీష్ రాణి. అందుకని ఆవిడని ఎలిజబెత్ II అంటారు. అదే విధంగా పోప్ పాల్ ఆ పేరు గల ఆరవ పోప్. అందుకే అతడిని పోప్ VI అంటారు.

అరబిక్ సంఖ్యలని ప్రస్తుతం యూరప్ వారు మాత్రమే వాడటం లేదు. పందొమ్మిదవ శతాబ్దానికే అరబిక్ సంఖ్యలు విస్తృతంగా ప్రపంచం అంతటా వ్యాపించాయి. ఎన్నో భాషల్లో సంఖ్యా చిహ్నాలుగా 1,2,3....0 అనే చిహ్నాలు వాడడం కనిపిస్తుంది.

ఎప్పుడో ఒక ప్రాచీన యుగంలో ఒక ఆదిమానవుడి మెదడులో తన వద్ద ఉన్న రాతి గొడ్డళ్ళ సంఖ్యని ఎలా వ్యక్తం చెయ్యాలి అన్న ప్రశ్న ఉదయించింది. ఆ సంఖ్యని వేళ్లతో సూచించవచ్చా అన్న ఆలోచన స్ఫురించింది. ఆ ప్రశ్నలకి సమాధానాలు వెతకడంతో మొదలైన కథ ఈ అద్భుతమైన భారతీయ సంఖ్యామానం వద్దకి దారితీసింది.



ఐజాక్ అసిమోవ్

రాసిన

'ఎలా తెలుసుకున్నాం'

32 పుస్తకాలు చదవండి !!

ISBN 978-93-83936-19-9